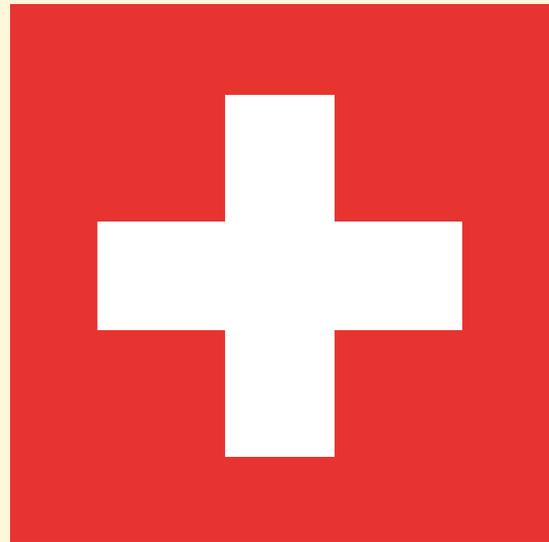


Die Flagge der Schweiz

Die Schweizer Flagge besteht bekanntlich aus einem weißen Kreuz auf einem roten Quadrat. Selbstverständlich muss das Aussehen eines Hoheitssymbols, hier eine Flagge, auf eindeutige Weise beschrieben sein. Die Proportionen des Kreuzes der Flagge wurden vor 125 Jahren, am 12. Dezember 1889, wie folgt definiert:

„Das Wappen der Eidgenossenschaft ist im roten Felde ein aufrechtes, freistehendes weisses Kreuz, dessen unter sich gleiche Arme je ein Sechstel länger als breit sind.“

Das Kreuz besteht also aus vier kongruenten rechteckigen „Armen“, die jeweils eine Seite mit dem Quadrat gemeinsam haben



Aufgaben

- ◉ 1 Angenommen, ein Arm ist 14 cm lang und das rote Quadrat hat die Seitenlänge 60 cm.
 - a) Wie breit ist dann ein Arm?
 - b) Berechne den Flächeninhalt des weißen Kreuzes.
 - c) Welcher Anteil der Flagge ist hier weiß?
- ◉ 2 Die Länge eines Armes werde nun mit a bezeichnet, die Breite eines Armes mit b .
 - a) Gib den Umfang des Kreuzes in Abhängigkeit von a an.
 - b) Bestimme die Maße eines Armes, wenn der Umfang des Kreuzes 2,40 m beträgt.
 - c) Um wie viel Prozent würde sich der Umfang eines solchen Kreuzes vergrößern, wenn man die Arme dreimal so lang machen würde?
- ◉ 3
 - a) Drücke den Flächeninhalt des Kreuzes nur mittels der Variablen a aus und vereinfache den Term so weit wie möglich.
 - b) Das Kreuz einer solchen Flagge hat den Flächeninhalt $18,36 \text{ dm}^2$.
Wie lang und wie breit ist nun jeder Arm?
 - c) Um wie viel Prozent würde sich der Flächeninhalt eines solchen Kreuzes verringern, wenn man die Arme halb so lang machen würde?
- 4 Die Seitenlänge des roten Quadrats ist fünfmal so groß wie die Breite b der Arme des Kreuzes.
Welcher Anteil der Flaggenfläche ist weiß?
- 5 Entwirf eine entsprechende grüne Flagge mit weißem Kreuz. Die Arme des Kreuzes sollen genau so lang sein wie breit. Der Flächeninhalt der weißen Fläche und der Flächeninhalt der grünen Fläche sollen sich wie 5:11 verhalten.

| Lernvoraussetzungen | Eignung ab |
|--|----------------|
| <ul style="list-style-type: none"> ■ Längen- und Flächenberechnung ■ Maßstabsgetreue Darstellung ■ Aufstellen von Termen mit zwei Variablen ■ Vereinfachung von Termen ■ Lösen einer reinquadratischen Gleichung ■ Prozentrechnung | Klassenstufe 8 |

Die Flagge der Schweiz – Lösungen

- 1** a) Die Länge eines Armes werde mit a , die Breite mit b bezeichnet. Dann gilt aufgrund der Definition: $a = \frac{7}{6}b$. Daraus folgt: $b = \frac{6}{7}a$. Mit $a = 14\text{ cm}$ erhält man $b = 12\text{ cm}$.
- b) Das Kreuz setzt sich aus den vier Armen mit den Seitenlängen 14 cm und 12 cm und aus dem mittleren Quadrat mit der Seitenlänge 12 cm zusammen. Für den Flächeninhalt gilt:
 $A_{\text{Kreuz}} = 4 \cdot 14\text{ cm} \cdot 12\text{ cm} + (12\text{ cm})^2 = 816\text{ cm}^2$
- c) Flächeninhalt des roten Quadrats: $A_{\text{Quadrat}} = (60\text{ cm})^2 = 3600\text{ cm}^2$
- Weißer Anteil der Flagge: $A_{\text{Kreuz}} : A_{\text{Quadrat}} = \frac{816}{3600} = \frac{17}{75}$
- 2** a) Umfang des Kreuzes: $U_{\text{Kreuz}} = 8 \cdot a + 4 \cdot b = 8 \cdot a + 4 \cdot \frac{6}{7}a = \frac{80}{7} \cdot a$
- b) Länge eines Armes: $U_{\text{Kreuz}} = \frac{80}{7} \cdot a$, $a = \frac{7}{80} \cdot U_{\text{Kreuz}} = \frac{7}{80} \cdot 2,40\text{ m} = 21\text{ cm}$
- Breite eines Armes: $b = \frac{6}{7} \cdot a = \frac{6}{7} \cdot 21\text{ cm} = 18\text{ cm}$
- c) Umfangsvergrößerung: Da jede Strecke dreimal so lang gemacht wird, muss auch der Umfang dreimal so lang werden. Er vergrößert sich also um 200% .
- 3** a) Flächeninhalt des Kreuzes: $A_{\text{Kreuz}} = 4ab + b^2 = 4a \cdot \frac{6}{7}a + \left(\frac{6}{7}a\right)^2 = \frac{204}{49}a^2$
- b) Länge eines Armes: $A_{\text{Kreuz}} = \frac{204}{49}a^2$, $a^2 = \frac{49}{204} \cdot A_{\text{Kreuz}} = \frac{49}{204} \cdot 1836\text{ cm}^2 = 441\text{ cm}^2$
 $a = \sqrt{441\text{ cm}^2} = 21\text{ cm}$
- c) Flächeninhaltsverringering: Wenn man die Arme halb so lang macht, dann werden die Breiten auch halb so lang. Der Flächeninhalt wird daher auf ein Viertel des ursprünglichen Flächeninhalts abnehmen. Er verringert sich somit um 75% .
- 4** Das rote Quadrat hat die Seitenlänge $5b$. Sein Flächeninhalt beträgt folglich
 $A_{\text{Quadrat}} = 25b^2$. Aus 3b) ist bekannt: $A_{\text{Kreuz}} = \frac{204}{49}a^2 = \frac{204}{49} \cdot \left(\frac{7}{6}b\right)^2 = \frac{17}{3}b^2$
- Daher gilt: $A_{\text{Kreuz}} : A_{\text{Quadrat}} = \frac{17}{3} : 25 = \frac{17}{75} \approx 22,67$
- Folglich sind etwa 23% der Flaggenfläche weiß.
- 5** Überlegung: Wenn die Arme die Länge a haben und so breit sein sollen wie lang, dann hat das weiße Kreuz den Flächeninhalt $5a^2$. Die grüne Fläche hat wegen des geforderten Flächenverhältnisses $5:11$ den Flächeninhalt $11a^2$, die quadratische Flagge demnach den Inhalt $16a^2$ und somit die Seitenlänge $4a$.

