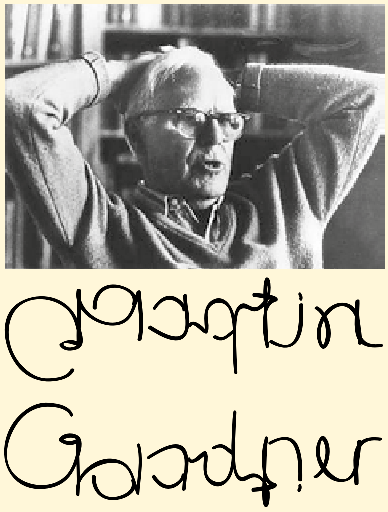
Tricks

Am 21. Oktober 2014 wäre Martin Gardner 100 Jahre alt geworden. Er war wohl der bedeutendste und produktivste „Amateurmathematiker“ des 20. Jahrhunderts und ist nicht nur durch seine Zeitschriftenkolumnen in den USA und vielen anderen Ländern, sondern auch durch eine Vielzahl von Büchern über „Unterhaltungsmathematik“ weltweit bekannt geworden.

Zwei Tricks aus seinem im Vieweg-Verlag, Braunschweig, im Jahre 1981 erschienen Buch „Mathemagische Tricks“ werden hier mitsamt der von Gardner gegebenen Anleitung vorgestellt.



Aufgaben

Erkläre das Funktionieren dieser beiden Tricks!

● 1 **Lagebezeichnungstrick**

Bei vielen interessanten Tricks mit Würfeln ist das Bezeichnen der Lage wichtig. Der folgende Trick ist ein typisches Beispiel dafür. Während der Vorführende zur Seite schaut, wirft ein Zuschauer drei Würfel. Die Zahl eines Würfels wird mit zwei multipliziert, dann zählt man fünf dazu und multipliziert das Ergebnis mit fünf. Die Zahl der Deckfläche des zweiten Würfels addiert man zur vorhergehenden Summe und multipliziert das Ergebnis mit zehn. Schließlich wird noch die Zahl des verbleibenden Würfels dazugezählt. Sobald man dem Zauberer das Endergebnis bekanntgibt, bestimmt er ganz schnell die gewürfelten Punkte jedes der drei Würfel.

Anleitung:
Der Zauberer subtrahiert 250. Die drei Ziffern des Ergebnisses entsprechen den Punkten der drei Würfel.

● 2 **Welche Hand?**

Ein alter Trick, der auf dem Zahlenwert von Münzen basiert, wird folgendermaßen vorgeführt: Man fordert einen Zuschauer auf, in der einen Faust ein 1-Cent-Stück, in der anderen ein 10-Cent-Stück zu halten. Dann soll er den Wert der Münze in seiner rechten Hand mit acht multiplizieren (oder irgend einer anderen geraden Zahl, die man verwenden möchte), und den Wert der anderen Münze mit fünf (oder jeden ungeraden Zahl, die einem gerade einfällt). Dann addiert er die Ergebnisse und teilt dem Vorführenden mit, ob die Summe gerade oder ungerade ist. Daraufhin kann dieser sagen, in welcher Hand sich welche Münze befindet.

Anleitung:
Ist die Summe gerade, ist das 1-Cent-Stück in der rechten Hand. Ist sie ungerade, das 10-Cent-Stück.

● **Zusatzfragen**

Warum funktioniert der Trick mit einem 1-Cent-Stück und einem 5-Cent-Stück nicht?
Was ist das Besondere an der Bildunterschrift „Martin Gardner“?

Niveaustufen: ○ leicht ◒ mittel ● schwer

Bildquelle:
http://commons.wikimedia.org/wiki/File:Martin_Gardner.jpeg (Konrad Jacobs, Erlangen/http://creativecommons.org/licenses/by-sa/2.0/de/deed.en)

Lernvoraussetzungen	Eignung ab
■ Aufstellen einfacher Terme mit Variablen ■ Umformung von Termen mit den Rechengesetzen	Klassenstufe 7

Tricks – Erklärungen

1 Lagebezeichnungstrick

Die drei Zahlen auf den Oberseiten der Würfel werden mit x, y und z bezeichnet.
Die Zahl auf einem der Würfel, etwa x, wird nun verdoppelt, das ergibt $2 \cdot x$, dann wird dazu 5 addiert und man erhält $2 \cdot x + 5$. Schließlich wird dieses Ergebnis mit 5 multipliziert, um $(2 \cdot x + 5) \cdot 5$ zu erhalten.
Zu dieser Summe wird die Zahl auf dem zweiten Würfel, etwa y, addiert. Damit erhält man $(2 \cdot x + 5) \cdot 5 + y$. Dieses Ergebnis multipliziert mit 10 führt auf $[(2 \cdot x + 5) \cdot 5 + y] \cdot 10$.
Addiert man dazu noch die Zahl auf dem dritten Würfel, also z, so ergibt sich schließlich:

$$[(2 \cdot x + 5) \cdot 5 + y] \cdot 10 + z$$

Diesem Ausdruck sieht man jetzt wohl noch nicht an, warum er nach Subtraktion von 250 die Werte x, y und z liefern soll. Daher wird der Term vereinfacht und geordnet:

$$\begin{aligned}[(2 \cdot x + 5) \cdot 5 + y] \cdot 10 + z &= [10 \cdot x + 25 + y \cdot 10] + z \\ &= 100 \cdot x + 250 + 10 \cdot y + z \\ &= 100 \cdot x + 10 \cdot y + z + 250\end{aligned}$$

Subtrahiert man davon 250, so heißt das Ergebnis der Umformung $100 \cdot x + 10 \cdot y + z$.
Da x, y und z als Wurfergebnisse einstellige Zahlen sind, ist die letztgenannte Summe eine dreistellige Zahl mit der Hunderterziffer x, der Zehnerziffer y und der Einerziffer z, womit die Wurfergebnisse als Ziffern dieser Zahl bekannt sind.

2 Welche Hand?

Der Münzwert in der rechten Hand werde mit R, der in der linken Hand mit L bezeichnet.
Gemäß der angegebenen Vorschrift entsteht dann die Zahl $8 \cdot R + 5 \cdot L$.
Diese Zahl kann gerade oder ungerade sein.
Wenn R gerade ist, also 10 entsprechend dem Münzwert des 10-Cent-Stücks, dann ist L ungerade, nämlich 1, entsprechend dem Münzwert des 1-Cent-Stücks. Das Achtfache der geraden Zahl 10 ist gerade, das fünffache der ungeraden Zahl 1 ist ungerade, die Summe der beiden Zahlen folglich ungerade.
Wenn R ungerade ist, nämlich 1, dem Münzwert des 1-Cent-Stücks entsprechend, dann ist L gerade, nämlich 10. Das Achtfache der ungeraden Zahl 1 ist gerade, das fünffache der geraden Zahl 10 ist gerade, die Summe der beiden geraden Zahlen ist gerade.
Weitere Möglichkeiten gibt es nicht.
Wenn also die genannte Summe ungerade ist, muss sich rechts das 10-Cent-Stück und links das 1-Cent-Stück befinden. Bei ungerader Summe ist es genau umgekehrt.

Anmerkungen:
Damit ist klar, dass man, wie in der Beschreibung des Tricks angegeben, anstelle von 8 jede beliebige andere gerade Zahl und anstelle von 5 jede beliebige andere ungerade Zahl wählen kann. An den Gerade-Ungerade-Überlegungen oben ändert sich grundsätzlich nichts.

Zusatzfragen

Würde man beide Münzen mit ungeradem Münzwert verwenden, so wäre die entstehende Summe immer ungerade. Man könnte als Vorführer also keine fundierte Entscheidung treffen.
Obwohl die beiden Worte „Martin“ und „Gardner“ normalerweise nicht als Spiegelbilder auseinander hervorgehen, ist es hier dem Graphiker gelungen, die Buchstaben entsprechend zu gestalten und eine achsensymmetrische Figur zu erzeugen!