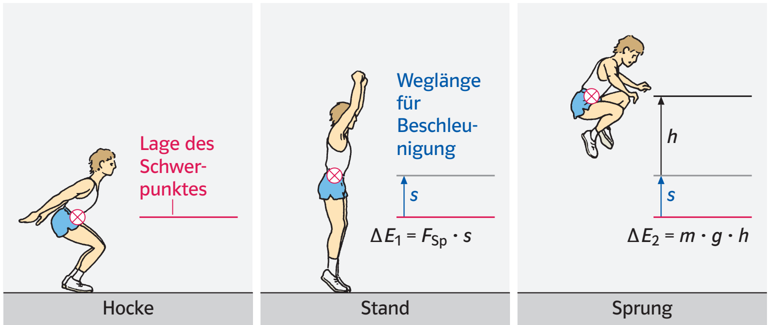
(S. 79) **Rückblick** **Hinweise zu den Heimversuchen**

Aufziehauto Abhängig vom verwendeten Spielzeugauto.

Münzenschnipsen Die Spannenergie des Lineals wird in Bewegungsenergie der Münzen überführt; diese wird durch Reibung in thermische Energie überführt. Bei gleicher Bewegungsenergie hat die Münze mit der kleineren Masse eine höhere Anfangsgeschwindigkeit. Da die Reibungskraft proportional zur Masse der Münze ist und die Bremsverzögerung umgekehrt proportional zur Masse ist, hat die Bremsverzögerung bei beiden Münzen denselben Betrag. Die Münze mit der geringeren Masse rutscht somit weiter.

Sprungkraft Eine Energiebetrachtung gemäß der folgenden Abbildungen ergibt:



$$\Delta E_1 = \Delta E_2 \quad \Rightarrow \quad m \cdot g \cdot h = F_{Sp} \cdot s \quad \Rightarrow \quad F_{Sp} = \frac{m \cdot g \cdot h}{s}$$

Um die Sprungkraft F_{Sp} abschätzen zu können, muss man demnach die Weglänge s für die Beschleunigung und die nach dem Absprung erreichte maximale Höhe h des Schwerpunktes messen. Beide Größen lassen sich beispielsweise mit Hilfe einer Videoanalyse relativ einfach bestimmen.

Beispiel: $m = 75\,\text{kg}$, $s = 0{,}30\,\text{m}$, $h = 0{,}50\,\text{m}$ $\Rightarrow$ $F_{Sp} \approx 1\,230\,\text{N} \approx 1{,}7\,F_G$

Jo-Jo Beim Jo-Jo wird ständig Höhenenergie in Bewegungsenergie (Rotations- und Translationsanteile) und wieder zurück überführt. Durch Reibung gibt das Jo-Jo ständig Energie ab. Mit einem kurzen Ruck beim unteren Umkehrpunkt führt man wieder Energie zu.

(S. 80) **Rückblick** **Lösungen der Trainingsaufgaben**

A1 ○ $E_H = m \cdot g \cdot h$, $h = 50\,\text{m}$; $m = \frac{E_H}{h \cdot g}$

Es ergibt sich für Lea: $m = 42\,\text{kg}$; für Ronja: $m = 54\,\text{kg}$.

Auf dem Mond hat der Ortsfaktor den Wert $g_M = 1{,}61\,\text{N/kg}$.

Gesucht ist diesmal $h = \frac{E_H}{m \cdot g_M}$. Es ergibt sich eine Höhe von ungefähr 305 m.

A2 ◒ Beim Aufziehen der Uhr werden die Gewichte angehoben. Es wird ihnen somit Höhenenergie zugeführt. Beim Laufen der Uhr sinken die Gewichte nach unten. Sie geben ihre Energie nach und nach an das Uhrwerk und die Zeiger ab, die sich dadurch bewegen.

A3 ○ Unter der Annahme, dass die Bewegungsenergie vollständig in Höhenenergie überführt wird, gilt: $\Delta E = F_G \cdot \Delta h$ mit $F_G = m \cdot g$.

Daraus folgt $\Delta h = \frac{\Delta E}{m \cdot g} = \frac{2000\,\text{J}}{65\,\text{kg} \cdot 9{,}81\,\frac{\text{N}}{\text{kg}}} = 3{,}1\,\text{m}$.

Um diese Strecke kann der Schwerpunkt gehoben werden; die Sprunghöhe beträgt somit gut 4 m.

(S.80) **A4** ○ Es wird Höhenenergie in Bewegungsenergie überführt.

$E_H = E_B$ bzw. $m \cdot g \cdot h = \frac{1}{2} m \cdot v^2$.

Gegeben: $h = 5\,\text{m}$, $g = 9{,}81\,\text{m/s}^2$.

Gesucht: v

Umstellen nach v, m kürzt sich heraus:

$$v = \sqrt{2g \cdot h} = 9{,}9\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$$

A5 ◒ $E_A = E_H = m \cdot g \cdot (h_0 + s)$ (mit $s > 0$)

$E_B = E_S = \frac{1}{2} D \cdot s^2$

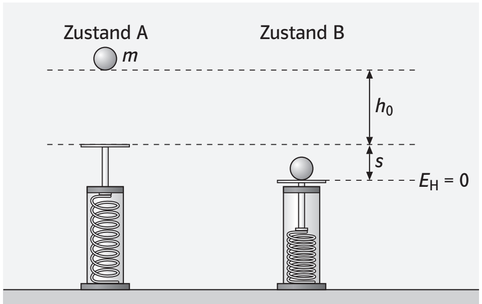
Wenn das System abgeschlossen ist, dann ist die Gesamtenergie im Zustand B genauso groß wie im Zustand A:

$E_B = E_A$

$$\Leftrightarrow \quad \frac{1}{2} D \cdot s^2 = m \cdot g \cdot h_0 + m \cdot g \cdot s$$

$$\Leftrightarrow \quad \frac{1}{2} D \cdot s^2 - m \cdot g \cdot s - m \cdot g \cdot h_0 = 0 \quad \Big| \cdot \frac{2}{D}$$

$$\Leftrightarrow \quad s^2 - 2\frac{m \cdot g}{D} \cdot s - \frac{2m \cdot g \cdot h_0}{D} = 0$$



(Anmerkung: Quadratische Gleichung für die unbekannte Strecke s)

$$\Leftrightarrow \quad s_{1,2} = 2\frac{m \cdot g}{D} \pm \sqrt{\left(\frac{m \cdot g}{D}\right)^2 + \frac{2m \cdot g \cdot h_0}{D}}$$

$$s_{1,2} = \frac{2\,\text{kg} \cdot 9{,}81\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}}{1200\,\frac{\text{N}}{\text{m}}} \pm \sqrt{\left(\frac{2\,\text{kg} \cdot 9{,}81\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}}{1200\,\frac{\text{N}}{\text{m}}}\right)^2 + \frac{2 \cdot 2\,\text{kg} \cdot 9{,}81\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 0{,}2\,\text{m}}{1200\,\frac{\text{N}}{\text{m}}}}$$

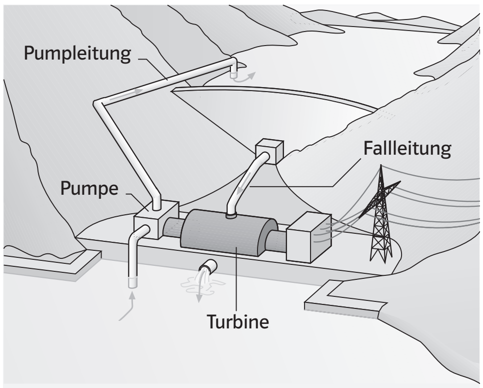
$$s_{1,2} = 0{,}016\,35\,\text{m} \pm \sqrt{(0{,}016\,35\,\text{m})^2 + 0{,}006\,54\,\text{m}^2}$$

$$s_{1,2} = 0{,}016\,35\,\text{m} \pm 0{,}082\,51\,\text{m}$$

$$s_1 = 0{,}098\,86\,\text{m}; \quad s_2 = -0{,}066\,16\,\text{m}$$

Die Lösung s_2 entfällt, da nach dem Ansatz nur positive Werte für die Strecke s physikalisch sinnvoll sind. Die Feder wird also um die Strecke $s = 9{,}9\,\text{cm}$ zusammengedrückt.

A6 ○ Das Wasser wird in einen Vorratsbehälter (z. B. Talsperre) gepumpt, der in größerer Höhe liegt. Damit führt man dem Wasser Höhenenergie zu. Wird nun Energie benötigt, so strömt das Wasser aus dem Vorratsbehälter nach unten, die Höhenenergie wird in Bewegungsenergie überführt. Das Wasser treibt eine Turbine an, wodurch Bewegungsenergie in elektrische Energie überführt wird.



(S. 80) **A7** ◒ **a)** Auf den Körper B wirkt die Kraft $F = F_{G,B} - F_{G,A} = 9{,}81\,\mathrm{N}$ nach unten, so dass B eine gleichmäßig beschleunigte Bewegung (nach unten) ausführt. Der Körper A vollführt mit der gleichen Beschleunigung wie B eine gleichmäßig beschleunigte Bewegung (nach oben).

b) Durch die Kraft $F = 9{,}81\,\mathrm{N}$ wird ein Körper der Masse $m = m_A + m_B = 3\,\mathrm{kg}$ beschleunigt:

$$F = m \cdot a \quad \Leftrightarrow \quad a = \frac{F}{m} = \frac{9{,}81\,\mathrm{N}}{3\,\mathrm{kg}} = 3{,}27\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$$

Es gelten also die Bewegungsgesetze der gleichmäßig beschleunigten Bewegung:

$v = a \cdot t + v_0$ (mit $v_0 = 0$) und $s = \frac{1}{2} a \cdot t^2 + v_0 \cdot t + s_0$ (mit $s_0 = 0$)

Daraus ergibt sich:

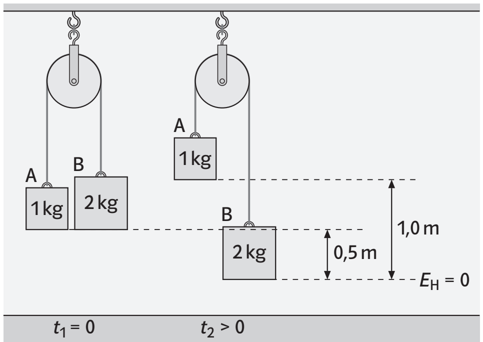
$$t = \frac{v}{a} \quad \Leftrightarrow \quad s = \frac{1}{2} a \cdot \left(\frac{v}{a}\right)^2 \quad \Leftrightarrow \quad s = \frac{1}{2} \cdot \frac{v^2}{a} \quad \Leftrightarrow \quad v = \sqrt{2s \cdot a}$$

Zum Zeitpunkt t_2 hat jeder Körper die Strecke $s = 0{,}5\,\mathrm{m}$ zurückgelegt.
Die Geschwindigkeit beträgt dann:

$$v_2 = \sqrt{2 \cdot 0{,}5\,\mathrm{m} \cdot 3{,}27\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}} = 1{,}8\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

c) Die Energie E_1 zum Zeitpunkt t_1 ist die Summe aus den Höhenenergien der Körper A und B, die sich in 0,5 m Höhe über dem Nullniveau für die Höhenenergie befinden:

$$E_1 = 1\,\mathrm{kg} \cdot 9{,}81\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} \cdot 0{,}5\,\mathrm{m} + 2\,\mathrm{kg} \cdot 9{,}81\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} \cdot 0{,}5\,\mathrm{m}$$
$$= 14{,}715\,\mathrm{J}$$



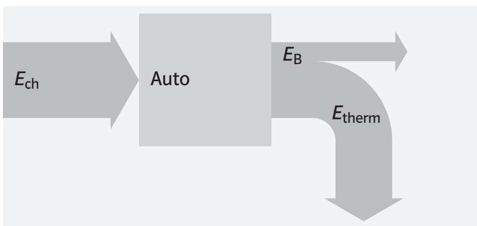
Die Energie E_2 zum Zeitpunkt t_2 ist die Summe aus den Bewegungsenergien der Körper A und B und der Höhenenergie des Körpers A, der sich nun 1,0 m über dem Nullniveau befindet:

$$E_2 = \frac{1}{2} \cdot 1\,\mathrm{kg} \cdot v_2^2 + \frac{1}{2} \cdot 2\,\mathrm{kg} \cdot v_2^2 + 1\,\mathrm{kg} \cdot 9{,}81\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} \cdot 1{,}0\,\mathrm{m} = 1{,}5\,\mathrm{kg} \cdot v_2^2 + 9{,}81\,\mathrm{J}$$

Nach dem Energieerhaltungssatz sind die Energien gleich:

$$E_2 = E_1 \quad \Leftrightarrow \quad 1{,}5\,\mathrm{kg} \cdot v_2^2 + 9{,}81\,\mathrm{J} = 14{,}715\,\mathrm{J} \quad \Leftrightarrow \quad v_2 = \sqrt{\frac{14{,}715\,\mathrm{J} - 9{,}81\,\mathrm{J}}{1{,}5\,\mathrm{kg}}} \quad \Leftrightarrow \quad v_2 = 1{,}8\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

A8 ◒ Es ist tatsächlich viel Energie überführt worden, jedoch nicht hauptsächlich in Bewegungsenergie des Autos, sondern in thermische Energie der Reifen und des Bodens.



A9 ◒ **a)** Die Regenmenge hat ein Volumen von
$V = A_G \cdot h = 120\,\mathrm{km}^2 \cdot 12\,\mathrm{mm} = 120 \cdot (10^3\,\mathrm{m})^2 \cdot 12 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{m} = 1\,440\,000\,\mathrm{m}^3$;
also beträgt die Masse $m = 1\,440\,000\,000\,\mathrm{kg}$.

$$E_H = m \cdot g \cdot h_0 = 1\,440\,000\,000\,\mathrm{kg} \cdot 9{,}81\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} \cdot 600\,\mathrm{m} = 8{,}48 \cdot 10^{12}\,\mathrm{J}.$$

b) Die Bewegungsenergie aller auf dem Boden ankommenden Regentropfen beträgt

$$E_B = \frac{1}{2} m \cdot v^2 = \frac{1}{2} \cdot 1\,440\,000\,000\,\mathrm{kg} \cdot \left(6\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right)^2 = 2{,}59 \cdot 10^{10}\,\mathrm{J}$$

$$\frac{E_B}{E_H} = \frac{2{,}59 \cdot 10^{10}\,\mathrm{J}}{8{,}48 \cdot 10^{12}\,\mathrm{J}} = 0{,}003 = 0{,}3\,\%$$

(S.80) Die Bewegungsenergie beträgt damit etwa 0,3 % der (ursprünglichen) Höhenenergie, der Verlust an mechanischer Energie beträgt also 99,7 %. Dieser Energieanteil ist während des Fallens durch Reibungsarbeit in nichtmechanische Energieformen überführt worden. Das führt u.a. zur Erwärmung der fallenden Regentropfen bzw. der umgebenden Luft.

A10 ◒ Gegeben:

Masse des Waggons: $m = 14\,\text{t} = 14\,000\,\text{kg}$

Geschwindigkeit des Waggons: $v = 10\,\frac{\text{km}}{\text{h}} = 2{,}78\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$

Federkonstante der Pufferfeder: $D = 650\,\frac{\text{kN}}{\text{m}}$

Durch den Zusammenprall der Waggons wird die Pufferfeder gestaucht. Die Bewegungsenergie des auffahrenden Güterwaggons wird in Spannenergie der Pufferfeder überführt.

Es gilt: $E_B = \frac{1}{2} m \cdot v^2$; $E_S = \frac{1}{2} D \cdot s^2$

aus $E_B = E_S$ ergibt sich:

$$\frac{1}{2} m \cdot v^2 = \frac{1}{2} D \cdot s^2$$

$$s = \sqrt{\frac{m \cdot v^2}{D}} = \sqrt{\frac{14\,000\,\text{kg} \cdot \left(2{,}78\,\frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2}{650 \cdot 10^3\,\frac{\text{N}}{\text{m}}}} = 0{,}41\,\text{m}$$

Die Pufferfeder des Waggons wird um 41 cm gestaucht.

A11 ● Bewegungsenergie wird in Höhenenergie überführt. Bei dem unter 90° austretenden Wasserstrahl wird die Bewegungsenergie nach dem Austritt vollständig in Höhenenergie überführt. Am höchsten Punkt liegt nur noch Höhenenergie vor, das Wasser kommt kurzfristig zum Stillstand ($v = 0$). Bei einem schräg austretenden Wasserstrahl liegt am höchsten Punkt weiterhin ein Teil der Energie als Bewegungsenergie vor, denn das Wasser bewegt sich in waagerechter Richtung weiter. Daher steht weniger Energie als Höhenenergie zur Verfügung als bei 90° und die erreichte Höhe ist geringer. Bei 45° beträgt die erreichte Höhe genau die Hälfte der bei 90° erreichten Höhe.

A12 ◒ $E_B = \frac{1}{2} m \cdot v^2$ für $v_1 = 50\,\frac{\text{km}}{\text{h}} = 13{,}89\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$ und $v_2 = 70\,\frac{\text{km}}{\text{h}} = 19{,}44\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$.

Setze beide Energien ins Verhältnis: $\frac{\frac{1}{2} m \cdot v_2^2}{\frac{1}{2} m \cdot v_1^2} = \left(\frac{v_2}{v_1}\right)^2 = 1{,}96$. Die Bewegungsenergie verdoppelt sich nahezu.

A13 ○ Gegeben: $m = 0{,}1\,\text{kg}$; $D = 150\,\frac{\text{N}}{\text{m}}$; $s = 0{,}03\,\text{m}$; $E_S = \frac{1}{2} D \cdot s^2$ wird in $E_H = m \cdot g \cdot h$ überführt.
Gesucht: h

$h = \frac{1}{2} \cdot \frac{D \cdot s^2}{m \cdot g} = 0{,}19\,\text{m}$. Die Feder erreicht eine maximale Höhe von 19 cm.

A14 ○ **a)** Es findet ein unelastischer Stoß statt. Aus dem Impulserhaltungssatz erhält man die gesuchte Geschwindigkeit v der Läuferinnen nach dem Stoß:

$$m_1 \cdot v_1 + m_2 \cdot v_2 = (m_1 + m_2) \cdot v \quad \Leftrightarrow \quad v = \frac{m_1 \cdot v_1 + m_2 \cdot v_2}{m_1 + m_2}$$

Da $v_2 = 0$ und die beiden Massen gleich sind, erhält man mit $m_1 = m_2 = m$:

$$v = \frac{m \cdot v_1}{2 \cdot m} = \frac{v_1}{2} = 5{,}0\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$$

b) Es sind zwei Fälle zu unterscheiden:
(1) Die Magnete sind so gepolt, dass sie einander anziehen:
Kurz vor dem Zusammenstoß wird jeweils ein zusätzlicher Impuls auftreten, so dass sich beide aufeinander zu bewegen. Nach dem Zusammenstoß erfolgt die Bewegung wie unter a), da die Summe der Zusatzimpulse null sein muss.
(2) Die Magnete sind so gepolt, dass sie einander abstoßen:
Es gibt eine weiche, elastische Wechselwirkung. Es handelt sich also um einen elastischen Stoß zwischen zwei Läuferinnen gleicher Masse. Deshalb bleibt die anlaufende Eisläuferin nach der Wechselwirkung in Ruhe, während die andere sich mit der Geschwindigkeit von 10 m/s bewegt.