(S. 157) **Klausurvorbereitung** **Lösungen zu den Aufgaben**

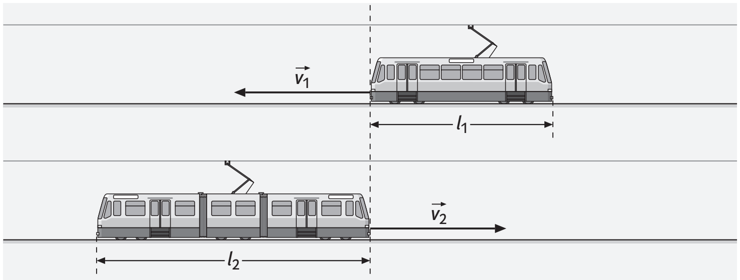
A1 Gegeben:

Straßenbahn 1: $l_1 = 26\,\text{m};\ v_1 = 18\,\frac{\text{km}}{\text{h}} = 5\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$

Straßenbahn 2: $l_2 = 39\,\text{m};\ v_2 = 36\,\frac{\text{km}}{\text{h}} = 10\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$

a) Berechnung der Zeit, bis die beiden Bahnen aneinander vorbeigefahren sind:
Für die gleichförmige Bewegung gilt:

$$t = \frac{s}{v}$$



Der Gesamtweg für die Vorbeifahrt beträgt:

$$s = l_1 + l_2$$

Da die Straßenbahnen in entgegengesetzter Richtung fahren, beträgt ihre Relativgeschwindigkeit:

$$v = v_1 + v_2$$

Damit erhält man für die Dauer der Vorbeifahrt:

$$t = \frac{l_1 + l_2}{v_1 + v_2} = \frac{26\,\text{m} + 39\,\text{m}}{5\,\frac{\text{m}}{\text{s}} + 10\,\frac{\text{m}}{\text{s}}} = \frac{65\,\text{m}}{15\,\frac{\text{m}}{\text{s}}} = 4{,}3\,\text{s}$$

Die Vorbeifahrt der Bahnen aneinander dauert $4{,}3\,\text{s}$.

b) Für einen Fahrgast in Bahn 1 ist die Sicht nur so lange verdeckt, wie die Bahn 2 an ihm vorbeifährt. Damit ergibt sich:

$$t_1 = \frac{l_2}{v_1 + v_2} = \frac{39\,\text{m}}{5\,\frac{\text{m}}{\text{s}} + 10\,\frac{\text{m}}{\text{s}}} = \frac{39\,\text{m}}{15\,\frac{\text{m}}{\text{s}}} = 2{,}6\,\text{s}$$

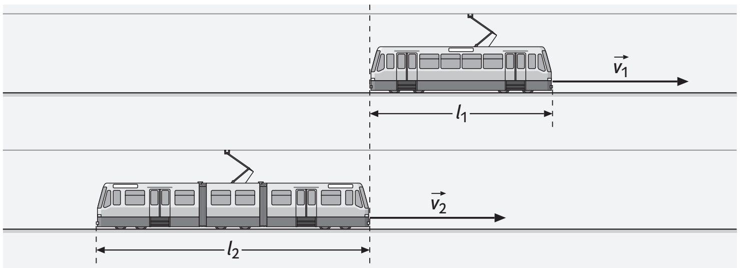
Für einen Fahrgast in Bahn 2 ergibt sich entsprechend:

$$t_2 = \frac{l_1}{v_1 + v_2} = \frac{26\,\text{m}}{15\,\frac{\text{m}}{\text{s}}} = 1{,}7\,\text{s}$$

Dem Fahrgast in Bahn 1 wird die Sicht also $2{,}6\,\text{s}$ lang versperrt, dem in Bahn 2 wird sie $1{,}7\,\text{s}$ lang versperrt.

(S.158) **c)** Für die Fahrstrecke der schnelleren Bahn gilt:

$s_2 = v_2 \cdot t$



Die Zeit t ergibt sich aus der Länge der Bahn 1 (wenn Bahn 2 diesen Weg zurückgelegt hat, dann befinden sich die Spitzen beider Bahnen auf gleicher Höhe) und der Relativgeschwindigkeit zwischen den beiden Bahnen:

$$t = \frac{l_1}{v_2 - v_1} = \frac{26\,\text{m}}{10\,\frac{\text{m}}{\text{s}} - 5\,\frac{\text{m}}{\text{s}}} = \frac{26\,\text{m}}{5\,\frac{\text{m}}{\text{s}}} = 5{,}2\,\text{s}$$

Damit ergibt sich für Bahn 2:

$$s_2 = 10\,\frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 5{,}2\,\text{s} = 52\,\text{m}$$

Entsprechend erhält man für die Bahn 1:

$$s_1 = v_1 \cdot t = 5\,\frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 5{,}2\,\text{s} = 26\,\text{m}$$

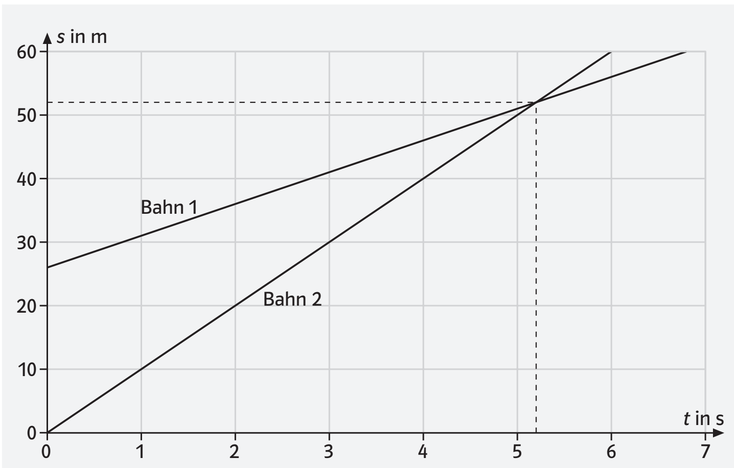
Nach einer Fahrstrecke von $s_1 = 26\,\text{m}$ bzw. $s_2 = 52\,\text{m}$ befinden sich die Spitzen der beiden Bahnen auf gleicher Höhe.

d) Zum Zeitpunkt $t = 0\,\text{s}$ betragen die zurückgelegten Wege $26\,\text{m}$ für die Bahn 1 und $0\,\text{m}$ für die Bahn 2. Die Bezugspunkte sind die Spitzen der Bahnen. Für die Wege gilt dann allgemein:

$$s_1 = 26\,\text{m} + 5\,\frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot t$$

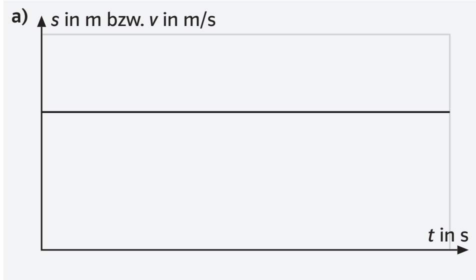
$$s_2 = 10\,\frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot t$$

Damit ergibt sich folgendes Zeit-Weg-Diagramm:

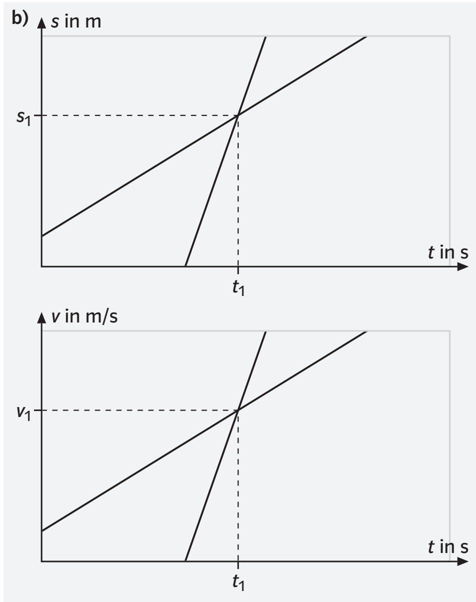


Der Schnittpunkt der beiden Graphen gibt an, nach welchem Weg sich die Spitzen der beiden Bahnen auf gleicher Höhe befinden und welche Zeit bis dahin vergangen ist. In Übereinstimmung mit den Ergebnissen aus Teilaufgabe c) erhält man $t \approx 5{,}2\,\text{s}$, $s_1 \approx 26\,\text{m}$ und $s_2 \approx 52\,\text{m}$.

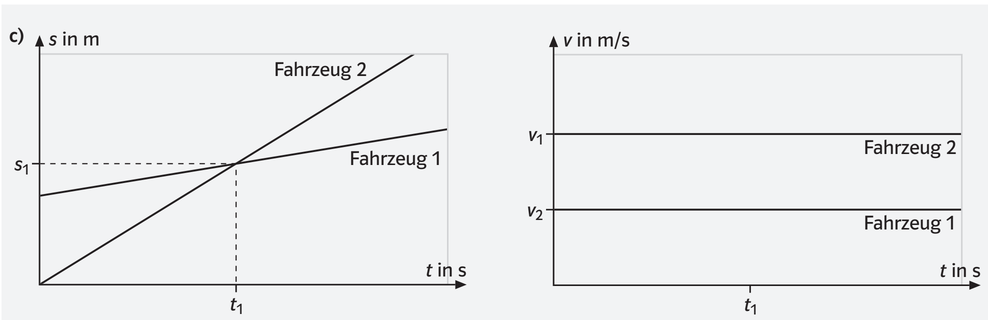
(S.158) **A2** ◒ **a)** Ein *t-s*-Diagramm zeige eine Parallele zur *t*-Achse: Dieser Kurvenverlauf bedeutet, dass sich der Körper zu jedem gemessenen Zeitpunkt am selben Ort befindet, d.h., der Körper ist in Ruhe.
Zeigt ein *t-v*-Diagramm eine Parallele zur *t*-Achse, ist die Geschwindigkeit des Körpers zu allen angegebenen Zeiten gleich. Der Körper bewegt sich mit konstanter Geschwindigkeit, also gleichförmig.



b) In einem *t-s*-Diagramm schneiden sich zwei Geraden, von denen keine parallel zu den Koordinatenachsen verläuft.
Jeder Punkt dieser Geraden gibt jeweils an, an welchem Ort sich die Körper zu welchem Zeitpunkt befinden. Der Schnittpunkt der beiden Geraden gibt an, dass sich beide Körper zum gleichen Zeitpunkt t_1 am gleichen Ort s_1 befinden.
Ein entsprechender Kurvenverlauf im *t-v*-Diagramm gibt an, welche Geschwindigkeiten die beiden Körper zu verschiedenen Zeitpunkten besitzen. Der Schnittpunkt bedeutet in diesem Fall, dass sich beide Körper zum gleichen Zeitpunkt t_1 mit derselben Geschwindigkeit v_1 bewegen. Das Diagramm lässt allerdings keine Aussage über die Orte der Körper zu diesem Zeitpunkt zu.



c) Darstellung eines Überholvorgangs in einem *t-s*- sowie in einem *t-v*-Diagramm:



Beide Pkw bewegen sich gleichförmig mit den Geschwindigkeiten v_1 bzw. v_2 (wobei $v_2 > v_1$) in die gleiche Richtung. Zum Zeitpunkt t_1 befinden sich beide Pkw auf gleicher Höhe s_1, Pkw 2 überholt also in diesem Augenblick Pkw 1.

A3 ◒ **a)** $s(t = 0\,\text{s}) \;=\; 0\,\text{m}$

$$s(t = \text{gesucht}) \;=\; 100\,\text{m} \;=\; \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2$$

$$100\,\text{m} \;=\; \frac{1}{2} \cdot 9{,}81\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot t^2$$

$$t \;=\; 4{,}5\,\text{s}$$

$$v(t = 4{,}5\,\text{s}) \;=\; g \cdot t \;=\; 9{,}81\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 4{,}5\,\text{s} \;=\; 44\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$$

b) Zur Fallzeit von 4,5 s kommt die Zeit dazu, die der Schall benötigt, um nach oben zu kommen.

$$t_{\text{gesamt}} \;=\; t + t_{\text{Schall}} \;=\; 4{,}5\,\text{s} + \frac{100\,\text{m}}{330\,\frac{\text{m}}{\text{s}}} \;=\; 4{,}8\,\text{s}$$

(S.158) **c)** Wirft man den Stein mit einer Anfangsgeschwindigkeit von $15\,\frac{m}{s}$ in den Brunnen, so erreicht er den Boden nach kürzerer Zeit und mit einer höheren Geschwindigkeit.

$s(t = \text{gesucht}) = 100\,m = v_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2$

$100\,m = 15\,\frac{m}{s} \cdot t + \frac{1}{2} \cdot 9{,}81\,\frac{m}{s^2} \cdot t^2$

Löst man diese quadratische Gleichung nach t auf, so folgt:

$t_1 = 3{,}24\,s \quad (t_2 = -6{,}0\,s$ entfällt)

$v(t = 3{,}24\,s) = v_0 + g \cdot t = 15\,\frac{m}{s} + 9{,}81\,\frac{m}{s^2} \cdot 3{,}24\,s = 46{,}8\,\frac{m}{s}$

A4 Berechnung des zeitlichen Abstands Δt, mit dem die beiden frei fallenden Steine auf die Wasseroberfläche auftreffen.
gegeben:
Fallhöhen: $h_1 = 25\,m;\ h_2 = 35\,m$

Fallbeschleunigung: $g = 9{,}81\,\frac{m}{s^2}$

Das Zeit-Ort-Gesetz für den freien Fall lautet:

$s(t) = \frac{1}{2} g \cdot t^2$

Daraus ergibt sich bei gegebener Fallhöhe für die Fallzeit:

$t = \sqrt{\frac{2s}{g}}$

$t_1 = \sqrt{\frac{2 \cdot 25\,m}{9{,}81\,\frac{m}{s^2}}} \qquad t_2 = \sqrt{\frac{2 \cdot 35\,m}{9{,}81\,\frac{m}{s^2}}}$

$t_1 = 2{,}26\,s \qquad t_2 = 2{,}67\,s$

Der zeitliche Abstand des Auftreffens ergibt sich aus der Differenz der beiden Fallzeiten zu
$\Delta t = t_2 - t_1 = 2{,}67\,s - 2{,}26\,s = 0{,}41\,s$
Die beiden Steine treffen in einem zeitlichen Abstand von 0,41 s auf die Wasseroberfläche auf. Da alle Körper beim freien Fall dieselbe Fallbeschleunigung erfahren, hat die Masse der Steine keinen Einfluss auf die Fallzeiten bzw. deren Differenz. Während der Fallbewegung ändert sich der Abstand der Steine von 10 m nicht. Da beide zum gleichen Zeitpunkt losgelassen wurden, besitzen sie zu jedem Zeitpunkt dieselbe Geschwindigkeit und legen in gleichen Zeiten gleiche Strecken zurück.
b) Die Steine werden zeitlich versetzt fallen gelassen. Berechnung des Zeitpunkts, zu dem sich beide Steine auf derselben Höhe befinden:
gegeben:
Zeitdifferenz: $\Delta t = 1\,s$
Fallhöhen: $h_1 = 25\,m;\ h_2 = 35\,m$

Fallbeschleunigung: $g = 9{,}81\,\frac{m}{s^2}$

Für die zurückgelegte Strecke gilt das Zeit-Ort-Gesetz des freien Falls: $s(t) = \frac{1}{2} g \cdot t^2$

für Stein 1: $s(t_1) = 35\,m - \frac{1}{2} g \cdot t_1^2$

für Stein 2: $s(t_2) = 25\,m - \frac{1}{2} g \cdot t_2^2 \qquad$ mit $t_2 = t_1 - 1\,s$

$s(t_2) = 25\,m - \frac{1}{2} g \cdot (t_1 - 1\,s)^2$

Durch Gleichsetzen erhält man:

$35\,m - \frac{1}{2} g \cdot t_1^2 = 25\,m - \frac{1}{2} g \cdot (t_1 - 1\,s)^2$

$10\,m - \frac{1}{2} g \cdot t_1^2 = -\frac{1}{2} g \cdot (t_1^2 - 2\,t_1 \cdot 1\,s + 1\,s^2)$

$10\,m = g \cdot t_1 - \frac{1}{2} g \cdot 1\,s^2$

$10\,m = 9{,}81\,\frac{m}{s} \cdot t_1 - 4{,}9\,m \quad \Rightarrow \quad t_1 = 1{,}52\,s$

(S.158) Der obere Stein holt den unteren nach 1,52 s ein.
Für die Geschwindigkeiten der Steine gilt das Zeit-Geschwindigkeit-Gesetz: $v(t) = g \cdot t$
Für ihre Geschwindigkeitsdifferenz Δv gilt demnach:

$$\Delta v = g \cdot t_1 - g \cdot t_2 = g \cdot t_1 - g \cdot (t_1 - 1\,\text{s})$$

$$\Delta v = g \cdot 1\,\text{s}$$

$$\Delta v = 9{,}81\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 1\,\text{s} = 9{,}8\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Im Augenblick des Überholens beträgt die Relativgeschwindigkeit der beiden Steine zueinander

$$\Delta v = 9{,}8\,\frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

Der erste Stein beginnt zum Zeitpunkt $t_0 = 0$ zu fallen. Der zweite Stein wird in dem Moment losgelassen, in dem der erste die Öffnung passiert. Der erste Stein hat dann also $\Delta s = 10\,\text{m}$ durchfallen. Der Zeitpunkt t_1, zu dem er die untere Öffnung erreicht, berechnet sich mit

$$s = \frac{1}{2} g \cdot t^2 \text{ nach}$$

$$t_1 = \sqrt{\frac{2\,\Delta s}{g}}$$

$$t_1 = \sqrt{\frac{2 \cdot 10\,\text{m}}{9{,}81\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}}}$$

$$t_1 = 1{,}427\,\text{s}$$

Zu diesem Zeitpunkt beginnt der zweite Stein zu fallen. Zu berechnen ist nun der Zeitpunkt t_2, zu dem die beiden Steine den Abstand $d = 5\,\text{m}$ zueinander haben.
Für die durchfallene Strecke von Stein 2 gilt:

$$s_2(t) = \frac{1}{2} g \cdot (t - t_1)^2 = \frac{1}{2} g \cdot (t - 1{,}43\,\text{s})^2$$

während für den Stein aus dem oberen Fenster gilt:

$$s_1(t) = \frac{1}{2} g \cdot t^2$$

Zum Zeitpunkt t_2 beträgt der Höhenunterschied also:

$$\Delta s = s_1(t_2) - (s_2(t_2) + 10\,\text{m})$$

$$\Delta s = s_1(t_2) - s_2(t_2) - 10\,\text{m}$$

Berücksichtigt man die Bedingungen aus der Aufgabenstellung, so ergibt sich:

$$\Delta s = \frac{1}{2} g \cdot t_2^2 - \frac{1}{2} g \cdot (t_2 - 1{,}427\,\text{s})^2 - 10\,\text{m}$$

$$5\,\text{m} = 9{,}81\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot t_2 \cdot 1{,}427\,\text{s} - \frac{1}{2} \cdot 9{,}81\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot (1{,}427\,\text{s})^2 - 10\,\text{m}$$

$$5\,\text{m} = 9{,}81\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot t_2 \cdot 1{,}427\,\text{s} - 10\,\text{m} - 10\,\text{m}$$

$$25\,\text{m} = 14{,}0\,\frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot t_2$$

$$t_2 = 1{,}785\,\text{s}$$

Nach dem Loslassen des oberen Steins vergehen 1,79 s bis die Steine einen Abstand von 5 m haben.

(S.158) **A5** ○ **a)** Da F konstant ist, liegt eine gleichmäßig beschleunigte Bewegung vor.
Aus $F = m \cdot a$ folgt:

$$a = \frac{F}{m} = \frac{1{,}6 \cdot 10^{-15}\,\mathrm{N}}{9 \cdot 10^{-31}\,\mathrm{s}} = 1{,}8 \cdot 10^{15}\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$$

Die Bewegungsgesetze dieser Bewegung liefern (mit $s_0 = 0$, $v_0 = 0$):

$$v = a \cdot t = 1{,}8 \cdot 10^{15}\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} \cdot 5 \cdot 10^{-9}\,\mathrm{s} = 9 \cdot 10^{6}\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

$$s = \frac{1}{2} a \cdot t^2 = \frac{1}{2} \cdot 1{,}8 \cdot 10^{15}\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} \cdot (5 \cdot 10^{-9})^2\,\mathrm{s}^2 = 0{,}02\,\mathrm{m}$$

b) Man geht von einer Kreisbewegung mit konstantem Geschwindigkeitsbetrag aus. Dann gilt:

$$F_z = \frac{m \cdot v^2}{r} = \frac{9 \cdot 10^{-31}\,\mathrm{kg} \cdot \left(9 \cdot 10^{6}\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right)^2}{0{,}048\,\mathrm{m}} = 1{,}5 \cdot 10^{-15}\,\mathrm{N}$$

A6 ◒ **a)** Man spricht von einer gleichförmigen Kreisbewegung eines Körpers, wenn der Betrag v seiner Bahngeschwindigkeit konstant ist. Eine gleichförmige Kreisbewegung ist gleichzeitig immer auch eine beschleunigte Bewegung, weil sich die Richtung der Bahngeschwindigkeit ständig ändert. Der Geschwindigkeitsvektor weist in jedem Moment in die Richtung der Tangenten an dem Punkt der Kreisbahn, an dem sich der Körper gerade befindet.

b) Ein Körper wird mit Hilfe einer Schnur auf einer Kreisbahn bewegt. Berechnung der maximalen Drehzahl, die die Schnur gerade noch aushält, bevor sie reißt:
Gegeben:

Radius der Kreisbahn:	$r = 0{,}6\,\mathrm{m}$
Masse des Körpers:	$m = 100\,\mathrm{g} = 0{,}1\,\mathrm{kg}$
Maximale Zugkraft der Schnur:	$F = 15{,}0\,\mathrm{N}$

Die Schnur reißt, wenn die Zentripetalkraft, die den Körper auf der Kreisbahn hält, gleich der maximalen Zugkraft ist. Für die Zentripetalkraft F_Z gilt:

$$F_Z = \frac{m \cdot v^2}{r} \quad \text{mit} \quad v = 2\pi \cdot r \cdot f$$

$$F_Z = \frac{m \cdot (2\pi \cdot r \cdot f)^2}{r} = 4m \cdot \pi^2 \cdot r \cdot f^2$$

$$f = \sqrt{\frac{F_Z}{4m \cdot \pi^2 \cdot r}} = \sqrt{\frac{15{,}0\,\mathrm{N}}{4 \cdot 0{,}1\,\mathrm{kg} \cdot \pi^2 \cdot 0{,}6\,\mathrm{m}}} = 2{,}5\,\frac{1}{\mathrm{s}}$$

Die Schnur reißt bei einer Drehfrequenz von 2,5 1/s.

c) Wenn die Schnur reißt, bewegt sich der Körper tangential zur Kreisbahn weiter auf einer Bahn, die einer waagerechten Wurfbewegung entspricht. Das bedeutet, er führt in horizontaler Richtung eine gleichförmige Bewegung mit einer Geschwindigkeit v_t aus, die der Bahngeschwindigkeit auf der Kreisbahn entspricht:

$$v_t = 2\pi \cdot r \cdot f$$

$$v_t = 2\pi \cdot 0{,}6\,\mathrm{m} \cdot 2{,}5\,\frac{1}{\mathrm{s}}$$

$$v_t = 9{,}4\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

In vertikaler Richtung erfolgt ein freier Fall, für den gilt:

$$s(t) = \frac{1}{2} g \cdot t^2$$

Daraus ergibt sich die Fallzeit t_F zu

$$t_F = \sqrt{\frac{2s}{g}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 1{,}8\,\mathrm{m}}{9{,}81\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}}} = 0{,}61\,\mathrm{s}$$

In dieser Zeit bewegt sich der Körper in horizontaler Richtung um

$$\Delta s = v_t \cdot t_F = 9{,}4\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \cdot 0{,}61\,\mathrm{s} = 5{,}73\,\mathrm{m}$$

(S.159) **A7** ◒ Bei beiden Prozessen wird Höhenenergie in Bewegungsenergie überführt, es treten ausschließlich diese zwei Energieformen auf. Die Überführung ist abhängig von der (zeitlich veränderlichen) Höhe, aber nicht abhängig vom Weg. Da beide Körper die gleiche Höhendifferenz überwinden, sind am Ende des Prozesses auch die Bewegungsenergien und damit die Geschwindigkeiten gleich.

A8 ○ **a)** Bei der Fahrt treten zwei mechanische Energieformen auf, die Höhenenergie und die Bewegungsenergie.
Da der Waggon im Punkt A mit $v = 0$ startet, hat er in diesem Punkt keine Bewegungsenergie. Aufgrund seiner Höhe bzgl. des Punktes B (tiefster Punkt der Achterbahn) hat er Höhenenergie.
Beginnt der Waggon nun mit seiner Fahrt, so gewinnt er an Geschwindigkeit und damit an Bewegungsenergie. Die Höhenenergie nimmt ab, bis sie im Punkt B (Bezugsniveau) den Wert Null annimmt. Dort ist, wenn man von einem reibungsfreien System ausgeht, die Bewegungsenergie maximal.
Bewegt sich der Waggon nun in Richtung des Punktes C, so nimmt seine Geschwindigkeit wieder ab und damit auch die Bewegungsenergie. Die Höhenenergie nimmt zu. Im Punkt C liegen beide Energieformen vor, da der Waggon nicht die Höhe des Punktes A erreicht hat und somit noch nicht die komplette Bewegungsenergie in Höhenenergie überführt wurde.

b) Im Punkt A gilt: $E_B = 0$ und E_H ist maximal.

$$E_H = m \cdot g \cdot h_A = 400\,\text{kg} \cdot 9{,}81\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot (100\,\text{m} - 20\,\text{m}) = 313\,920\,\text{J}$$

Im Punkt B gilt: $E_H = 0$ und E_B ist maximal.

$$E_B = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_B^2 = 313\,920\,\text{J} \quad \text{Aufgelöst nach } v_B \text{ folgt: } v_B \approx 40\,\frac{\text{m}}{\text{s}} = 144\,\frac{\text{km}}{\text{h}}$$

Im Punkt C gilt: $E_B + E_H = 313\,920\,\text{J}$.

$$\frac{1}{2} \cdot m \cdot v_C^2 + m \cdot g \cdot h_C = \frac{1}{2} \cdot 400\,\text{kg} \cdot v_C^2 + 400\,\text{kg} \cdot 9{,}81\,\frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot (80\,\text{m} - 20\,\text{m}) = 313\,920\,\text{J}$$

$$v_C \approx 20\,\frac{\text{m}}{\text{s}} = 72\,\frac{\text{km}}{\text{h}}$$

A9 ◒ **a)** Gesteinsbrocken, die beim Ausbruch eines Vulkans hochgeschleudert werden, erreichen eine Höhe von 3 000 m (über dem Kraterrand). Berechnung der Austrittsgeschwindigkeit, die die Brocken haben müssen.
Gegeben:
Höhendifferenz: $\Delta h = 3\,000\,\text{m}$
Fallbeschleunigung: $g = 9{,}81\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$
Die Austrittsgeschwindigkeit v_0 lässt sich mit einer Energiebetrachtung ermitteln. Wählt man den Kraterrand als Nullniveau für die Höhenenergie, besitzen die Gesteinsbrocken auf dieser Höhe Bewegungsenergie, aber keine Höhenenergie:

$$E_{H,0} = 0 \qquad E_{B,0} = \frac{1}{2} m \cdot v_0^2$$

Im oberen Umkehrpunkt bei $\Delta h = 3\,000\,\text{m}$ besitzen die Brocken dagegen Höhenenergie, aber keine Bewegungsenergie:

$$E_{H,U} = m \cdot g \cdot \Delta h \qquad E_{B,U} = 0$$

Aufgrund des Energieerhaltungssatzes müssen die beiden Energiebeträge gleich groß sein:

$$E_{B,0} = E_{H,U}$$

$$\frac{1}{2} m \cdot v_0^2 = m \cdot g \cdot \Delta h$$

$$v_0 = \sqrt{2g \cdot \Delta h} = \sqrt{2 \cdot 9{,}81\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 3\,000\,\text{m}} = 242{,}6\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Die maximale Austrittsgeschwindigkeit der Brocken beträgt etwa 243 m/s.

(S.159) **b)** Berechnung der Geschwindigkeit, mit der die am höchsten aufsteigenden Brocken am Fuß des Vulkans auftreffen.

Gegeben:

durchfallener Höhenunterschied: $\Delta h = 5\,600\,\text{m}$

Fallbeschleunigung: $g = 9{,}81\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$

Wieder gilt nach das Prinzip der Energieerhaltung, d.h. die Höhenenergie des Brockens wird in Bewegungsenergie überführt. Allerdings muss in diesem Fall das Nullniveau an den Fuß des Vulkans verlegt werden:

$$E_{\text{H,U}} = E_{\text{B,F}}$$

$$m \cdot g \cdot \Delta h = \frac{1}{2} m \cdot v_{\text{F}}^2 = \sqrt{2g \cdot \Delta h} = \sqrt{2 \cdot 9{,}81\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 5\,600\,\text{m}} = 331{,}5\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Die Masse der Brocken kürzt sich aus der Gleichung heraus und hat damit keinen Einfluss.

c) Zunächst nimmt man an, dass es sich um einen Gesteinsbrocken handelt, der die maximale Steighöhe erreicht. Nun berechnet man die Bewegungsenergie dieses Gesteinsbrockens mit der Masse $m_1 = 4{,}0\,\text{kg}$ beim Verlassen des Kraters.

Gegeben:

Geschwindigkeit des Brockens auf Höhe des Kraterrandes: $v_0 = 242{,}6\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$

Es gilt für die Bewegungsenergie:

$$E_{\text{B,0}} = \frac{1}{2} m_1 \cdot v_0^2$$

$$E_{\text{B,0}} = \frac{1}{2} \cdot 4{,}0\,\text{kg} \cdot \left(242{,}6\,\frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2$$

$$E_{\text{B,0}} = 117\,418\,\text{Nm} = 117{,}4\,\text{kJ}$$

Ein Brocken der Masse 4 kg besitzt beim Verlassen des Kraters eine Bewegungsenergie von 117,4 kJ.

d) Ein weiterer Brocken, der mit derselben Geschwindigkeit aus dem Krater austritt, soll nur 1/5 der Bewegungsenergie des Brockens aus Teilaufgabe c) besitzen.

Wie sich bereits in Teilaufgabe b) gezeigt hat, ist die Steighöhe von der Masse des Brockens unabhängig. Wenn er den Krater mit derselben Geschwindigkeit verlässt wie der schwere Gesteinsbrocken, erreicht er ebenfalls die maximale Höhe. Für die Berechnung der Bewegungsenergie ist die Masse allerdings relevant. Da die Geschwindigkeiten in beiden betrachteten Fällen gleich groß sind, muss der Energieunterschied von der unterschiedlichen Masse der Brocken herrühren, also ist $m_2 = \frac{1}{5} \cdot m_1 = 0{,}8\,\text{kg}$.

Ausführlicher:

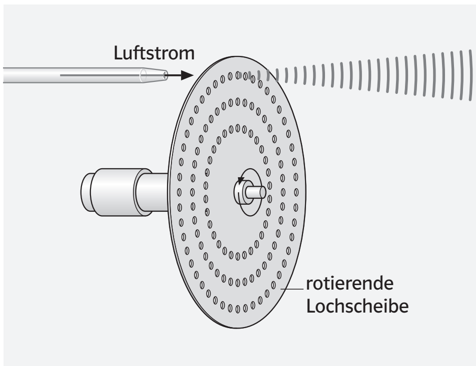
$$E_{\text{B,2}} = \frac{1}{5} \cdot E_{\text{B,0}}$$

$$\frac{1}{2} \cdot m_2 \cdot v_0^2 = \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{2} \cdot m_1 \cdot v_0^2$$

$$m_2 = \frac{1}{5} \cdot m_1 = \frac{1}{5} \cdot 4{,}0\,\text{kg} = 0{,}8\,\text{kg}$$

Die Masse des Gesteinsbrockens mit der kleineren Bewegungsenergie beträgt also entsprechend $m_2 = 0{,}8\,\text{kg}$.

A10 ◒ **a)** Eine Lochsirene besteht aus einer drehbar gelagerten Scheibe aus Metall (oder auch aus einem anderen Material wie Pappe), in die entlang konzentrischer Kreise Löcher gestanzt wurden. Wenn man die Scheibe nun in Drehung versetzt und durch eine Düse einen kräftigen Luftstrom auf die Lochreihe richtet, wird dieser Luftstrom abwechselnd durchgelassen und abgehalten. Hinter der Lochscheibe entstehen somit Luftverdichtungen und -verdünnungen, die sich ausbreiten und die von unseren Ohren wahrgenommen werden können.



(S.159) Die Frequenz des entstehenden Tons ist abhängig von der Geschwindigkeit, mit der die Löcher die Düse passieren. Daher gehören also die Drehgeschwindigkeit der Scheibe, der Abstand der Lochreihe von der Drehachse (bzw. die Drehfrequenz der Scheibe) sowie die Anzahl der Löcher zu den Größen, die die Frequenz des Tones bestimmen.

b) Eine Lochsirene erzeugt einen Ton mit der Frequenz $f_T = 1200\,\text{Hz}$ bei einer Drehfrequenz von $f_D = 40\,\text{Hz}$. Das bedeutet, dass sich die Scheibe in einer Sekunde 40mal dreht. Um einen Ton mit der Frequenz von 1200 Hz zu erzeugen, muss die Scheibe über $n = f_T/f_D = 1200\,\text{Hz}/40\,\text{Hz} = 30$ Löcher verfügen.

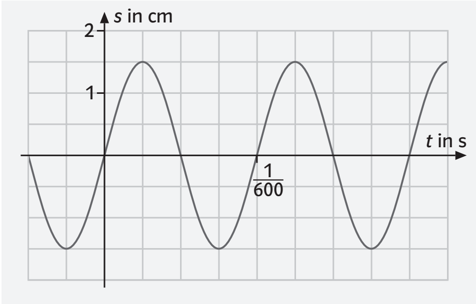
c) Eine Lochsirene erzeugt den Ton c″ mit der Frequenz $f_T = 528\,\text{Hz}$. Die Scheibe, die verwendet wird, besitzt $n = 33$ Löcher. Berechnung der Drehfrequenz der Scheibe:

$$f_D = \frac{f_T}{n} = \frac{528\,\text{Hz}}{33} = 16\,\text{Hz}$$

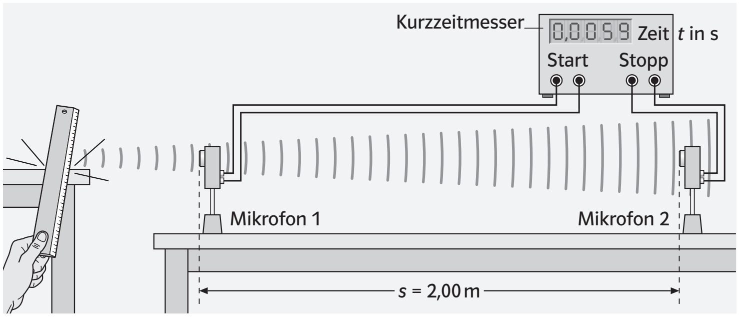
Die Scheibe muss sich 16mal pro Sekunde drehen, um den angegebenen Ton zu erzeugen.

A11 ○ Für die Anzeige unter a) ergibt sich eine Schwingungsdauer von $T_1 = 0{,}1\,\text{s}$; daraus ergibt sich nach $f_1 = 1/T_1$ eine Schwingungsfrequenz von 10 Hz, die Amplitude beträgt $s_1 = 2\,\text{mm}$.

Die unter b) dargestellte Schwingung besitzt eine Periodendauer von $T_2 = 0{,}2\,\text{s}$, entsprechend beträgt die Schwingungsfrequenz $f_2 = 1/T_2 = 1/0{,}2\,\text{s} = 5\,\text{Hz}$. Die Amplitude dieser Schwingung beträgt $s_2 = 2{,}5\,\text{mm}$.
Damit ist der Ton a) höher, da er die höhere Frequenz f_1 besitzt. Der Ton b) ist etwas lauter als Ton a), weil die Amplitude s_2 größer ist.
Für einen Ton mit der Frequenz 600 Hz und einer Amplitude von 1,5 cm ergibt sich das Schwingungsbild in der Abbildung rechts.



A12 ◒ **a)** Um die Ausbreitungsgeschwindigkeit des Schalls in Luft zu messen, gibt es verschiedene Möglichkeiten. Für eine Methode benötigt man zwei Mikrofone, einen Kurzzeitmesser, einen Meterstab, ein Lineal oder einen Hammer (um durch einen Schlag auf den Tisch ein akustisches Signal zu erzeugen) sowie Kabel zur Verbindung der Mikrofone mit dem Kurzzeitmesser.
Die Abbildung zeigt den Versuchsaufbau: Die beiden Mikrofone sind in einem Abstand von $\Delta s = 2\,\text{m}$ in einer Linie mit der Schallquelle aufgestellt und zu dieser hin ausgerichtet. Mikrofon 1 wird mit den Start-Buchsen, Mikrofon 2 mit den Stopp-Buchsen des Kurzzeitmessers verbunden. Das bedeutet, dass die Zeitmessung startet, wenn das Schallsignal Mikrofon 1 erreicht, und dass sie stoppt, wenn Mikrofon 2 ein Signal registriert. Der Kurzzeitmesser gibt also die Zeit an, die der Schall für die Strecke Δs benötigt.



Aus dem Abstand Δs und der benötigten Zeit Δt lässt sich nach $v = \Delta s/\Delta t$ die Schallgeschwindigkeit berechnen. In Luft ergibt sich ein Wert im Bereich von $v = 340\,\text{m/s}$.

(S.159) **b)** Ein Echolot sendet im Wasser ein Signal zum Meeresboden aus, nach einer Zeitspanne von $\Delta t = 1{,}80\,\text{s}$ registriert das Gerät das reflektierte Signal.
Berechnung der Meerestiefe: mit $v_{\text{S,W}} = 1480\,\text{m/s}$ ergibt sich

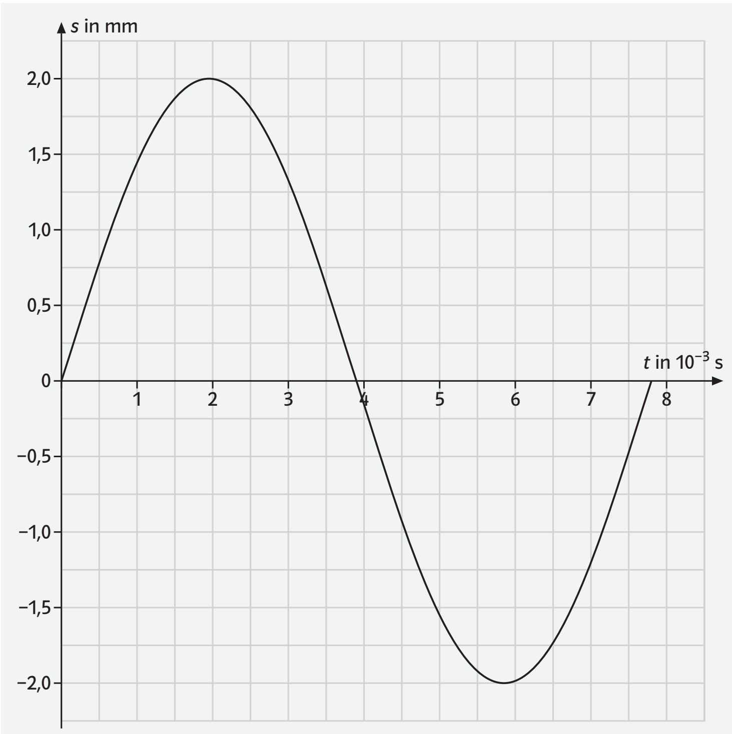
$$\Delta s = v_{\text{S,W}} \cdot \Delta t$$

$$\Delta s = 1480\,\frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 1{,}80\,\text{s}$$

$$\Delta s = 2664\,\text{m}$$

Der gesamte Weg, den das Signal zurücklegt, beträgt $\Delta s = 2664\,\text{m}$. Die Entfernung zum Meeresboden entspricht der halben zurückgelegten Strecke, da das Signal ja hin und zurück läuft. Die Meerestiefe an der untersuchten Stelle beträgt also 1332 m.

(S.160) **A13** **a)** Versuch 1: Man hält eine angeschlagene Stimmgabel in Wasser, dieses wird durch die Bewegung der Stimmgabel aus dem Gefäß gespritzt.
Versuch 2: Man bringt eine Schreibspitze an der Zinke einer Stimmgabel an und schlägt letztere an. Indem man die Schreibspitze über eine berußte Glasplatte zieht, kann man eine Wellenlinie erzeugen.
Versuch 3: Man hält die Stimmgabel vor ein Mikrofon, das mit einem Oszilloskop verbunden ist. Schlägt man die Stimmgabel an, zeigt sich auf dem Schirm des Oszilloskops eine Schwingungskurve.
b) Die Angabe 128 Hz bezeichnet die Frequenz des von der Stimmgabel erzeugten Tons bzw. die Schwingungsfrequenz der Stimmgabel. Unter der Frequenz versteht man die Anzahl der vollständigen Hin-und-her-Bewegungen eines schwingenden Körpers pro Sekunde. Im genannten Beispiel führen die Zinken der Stimmgabel 128 vollständige Schwingungen pro Sekunde aus.
Die Frequenz eines Tones bestimmt seine Höhe: Je niedriger die Frequenz, desto tiefer klingt der Ton, je größer die Frequenz, desto höher ist der Ton.
c)



d) Anzahl der Schwingungen, die die Stimmgabel in 3,20 s ausführt:

$$n = 128\,\text{Hz} \cdot 3{,}20\,\text{s} = 409{,}6$$

Die Stimmgabel führt in der angegebenen Zeit etwa 410 Schwingungen aus.

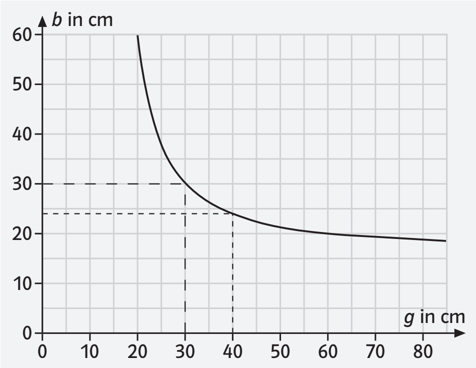
(S.160) Berechnung der Zeitspanne, in der die Stimmgabel eine halbe Schwingung ausführt:
Die Periodendauer berechnet sich aus der Schwingungsfrequenz nach

$$T = \frac{1}{f} = \frac{1}{128\,\text{Hz}} = 7{,}8\,\text{ms}$$

Für eine halbe Schwingung benötigt die Stimmgabel die halbe Zeit also

$$t = \frac{1}{2} \cdot 7{,}8\,\text{ms} = 3{,}9\,\text{ms}$$

A14 ● **a)** Bei einer Gegenstandsweite von $g = 30\,\text{cm}$ ergibt sich aus dem Diagramm durch Ablesen für die Bildweite ein Wert von $b = 24\,\text{cm}$, das Bild des Gegenstandes liegt also 24 cm von der Linse entfernt. Es ist reell, kopfstehend und seitenvertauscht.
Bringt man den Gegenstand 10 cm näher an die Linse ($g = 30\,\text{cm}$) nimmt die Bildweite einen Wert von $b = 30\,\text{cm}$ an, die Bildweite hat um 6 cm zugenommen.



b) Die Kurve im Diagramm ergibt sich aus dem Linsengesetz, es lautet:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{g} + \frac{1}{b}$$

mit f: Brennweite der Linse
g: Gegenstandsweite
b: Bildweite

Durch Einsetzen eines Wertepaares von Gegenstands- und zugehöriger Bildweite kann man also die Brennweite der Linse berechnen:

Einsetzen des 1. Wertepaares: $g_1 = 40\,\text{cm}$; $b_1 = 24\,\text{cm}$

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{40}\text{cm} + \frac{1}{24}\text{cm}$$

$$\frac{1}{f} = \frac{3}{3 \cdot 40\,\text{cm}} + \frac{5}{5 \cdot 24\,\text{cm}}$$

$$\frac{1}{f} = \frac{3+5}{120\,\text{cm}} \quad \Rightarrow \quad f = \frac{120\,\text{cm}}{8} = 15\,\text{cm}$$

Einsetzen des 2. Wertepaares: $g_2 = 30\,\text{cm}$; $b_2 = 30\,\text{cm}$

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{30\,\text{cm}} + \frac{1}{30\,\text{cm}}$$

$$\frac{1}{f} = \frac{2}{30\,\text{cm}} \quad \Rightarrow \quad f = \frac{30\,\text{cm}}{2} = 15\,\text{cm}$$

Die Auswertung ergibt eine Brennweite von $f = 15\,\text{cm}$ für die Linse.
c) Lösung durch Rechnung: Zunächst wird mit Hilfe der Gegenstandsweite g und der Brennweite f die Bildweite b berechnet. Es gilt:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{g} + \frac{1}{b} \quad \Rightarrow \quad \frac{1}{b} = \frac{1}{f} - \frac{1}{g}$$

$$\frac{1}{b} = \frac{1}{15\,\text{cm}} - \frac{1}{12\,\text{cm}}$$

$$\frac{1}{b} = \frac{4}{4 \cdot 15\,\text{cm}} - \frac{5}{5 \cdot 12\,\text{cm}}$$

$$\frac{1}{b} = -\frac{1}{60\,\text{cm}}$$

$$b = -60\,\text{cm}$$

Das negative Vorzeichen der Bildweite bedeutet, dass das Bild des Gegenstandes auf derselben Seite wie der Gegenstand selbst liegt, sein Abstand zur Linse beträgt 60 cm.

(S.160) Die Bildgröße lässt sich aus dem Abbildungsgesetz $B/G = |b|/g$ berechnen:

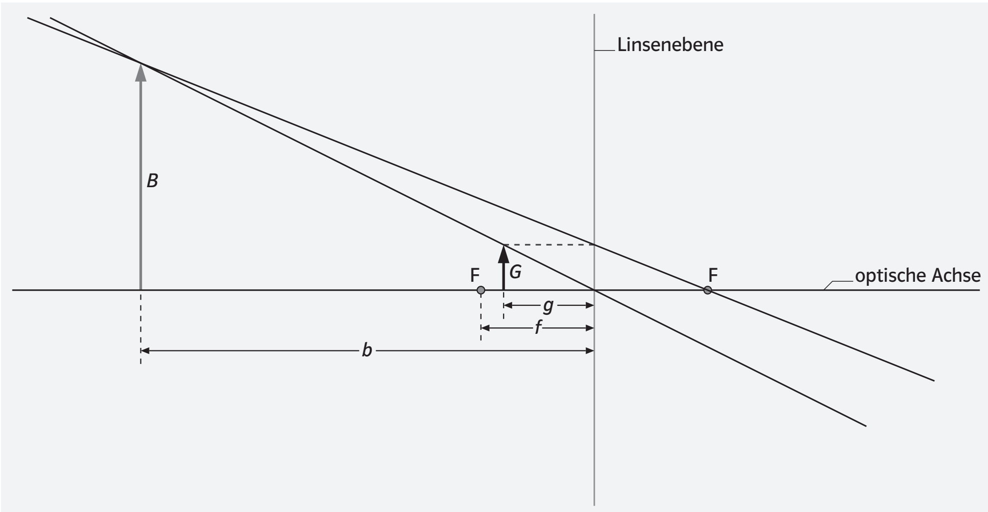
$$\frac{B}{G} = \frac{|b|}{g}$$

$$B = \frac{G \cdot |b|}{g}$$

$$B = \frac{6\,\text{cm} \cdot 60\,\text{cm}}{12\,\text{cm}}$$

$$B = 30\,\text{cm}$$

Für die Bildgröße ergibt sich ein Wert von $B = 30\,\text{cm}$, es handelt sich um ein virtuelles, vergrößertes, aufrechtes Bild des Gegenstandes.
Lösung durch Konstruktion:



Die Konstruktion zeigt, dass ein virtuelles Bild entsteht, für das die Bildweite und die Bildgröße die Werte $b = -60\,\text{cm}$ und $B = 30\,\text{cm}$ annehmen.

A15 ● Wird ein Gegenstand nahe an den Brennpunkt der Objektivlinse gebracht, so erzeugt diese ein reelles, umgekehrtes, vergrößertes Bild. Dieses Zwischenbild B_Z wird durch die Okularlinse wie durch eine Lupe betrachtet. Auf der Netzhaut entsteht ein stark vergrößertes, gegenüber dem Sehen mit bloßem Auge umgekehrtes Bild. Die durch das Objektiv erzielte Vergrößerung V_{Obj} ergibt sich aus dem Verhältnis der Größe des Zwischenbildes zur Gegenstandsgröße:

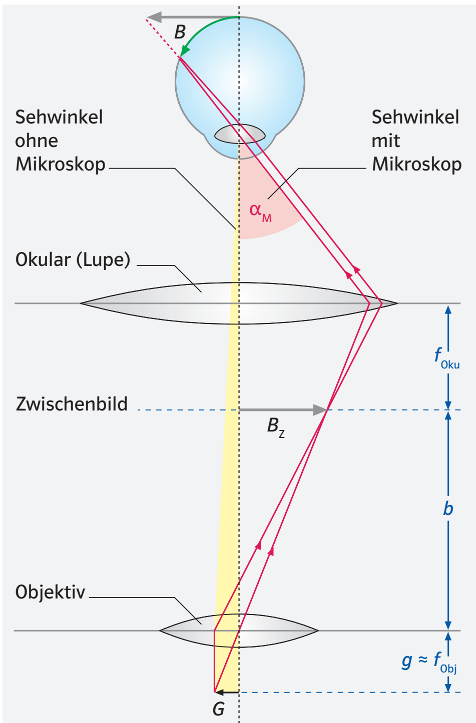
$$V_{Obj} = \frac{B_Z}{G}$$

Für Sammellinsen gilt nach dem Abbildungsgesetz $B/G = b/g$. Da sich der Gegenstand nahe am Brennpunkt des Objektivs befindet, ist $g \approx f_{Obj}$ (f_{Obj} beträgt nur einige mm). Daher folgt mit $B = B_Z$:

$$B_Z = \frac{G \cdot b}{g} = \frac{G \cdot b}{f_{Obj}}$$

Für die Objektivvergrößerung gilt somit:

$$V_{Obj} = \frac{b}{f_{Obj}}$$



Das Okular wirkt als Lupe, sie vergrößert das Zwischenbild nochmals um den Faktor V_{Oku}.

Diese Vergrößerung lässt sich aus den entsprechenden Sehwinkeln mit und ohne Lupe ermitteln. Bei der gewählten Anordnung können diese Sehwinkel durch die Quotienten G/f_{Oku} und G/f_{Au} ersetzt werden (f_{Au} bezeichnet die optimale Brennweite der Augenlinse; man geht davon aus, dass sie bei entspanntem Auge etwa 25 cm beträgt):

$$V_{Oku} = \frac{\alpha_{Oku}}{\alpha_0} = \frac{f_{Au}}{f_{Oku}}$$

Damit ergibt sich für die Vergrößerung des Mikroskops:

$$V_M = V_{Obj} \cdot V_{Oku} = \frac{b}{f_{Obj}} \cdot \frac{f_{Au}}{f_{Oku}} = \frac{b \cdot f_{Au}}{f_{Obj} \cdot f_{Oku}}$$

Nun müssen die angegebenen Werte eingesetzt werden. Dazu wird zunächst b berechnet:

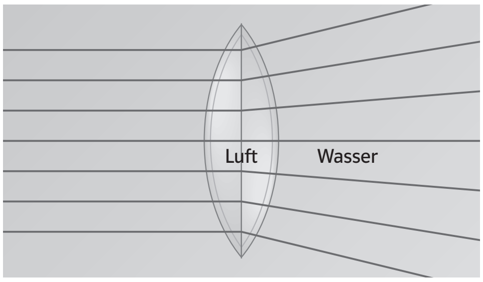
$$b = 200\,\text{mm} - f_{Oku} = 192\,\text{mm}$$

$$V_M = \frac{b \cdot f_{Au}}{f_{Obj} \cdot f_{Oku}} = \frac{19{,}2\,\text{cm} \cdot 25\,\text{cm}}{1\,\text{cm} \cdot 0{,}8\,\text{cm}}$$

$$V_M = 600$$

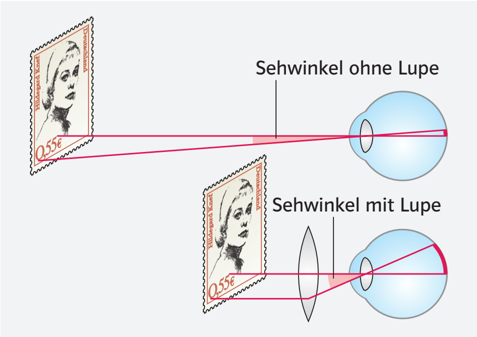
Das Mikroskop hat eine Vergrößerung von $V_M = 600$.
Eine stärkere Vergrößerung lässt sich erzielen, indem man die Gegenstandsweite verkleinert und somit die Bildweite b vergrößert. Dies erfordert allerdings einen größeren Abstand zwischen Objektiv und Okular, das Mikroskop wird also länger.

A16 ● Die Luftlinse ist von Wasser umgeben, die Linse besteht also aus einem optisch dünneren Stoff als die Umgebung. Ein schmales Lichtbündel, das parallel zur optischen Achse auf die Linse fällt, divergiert nach dem Durchgang durch die Linse, da es vom optisch dünneren Stoff Luft in den optisch dichteren Stoff Wasser gebrochen wird. Auf der rechten Wand des Glasgefäßes entsteht dadurch eine Kreisscheibe. Bei Verwendung von weißem Licht, erkennt man am Rand der weißen Kreisscheibe einen blauen Ring, da das blaue Licht stärker gebrochen wird, als die anderen im weißen Licht enthaltenen Farben.



A17 ◒ **a)** Wird der Gegenstand vom Auge entfernt, dann wird der Sehwinkel kleiner, da die Lichtbündel von den Rändern des Schriftzuges durch den Linsenmittelpunkt einen kleineren Winkel mit der optischen Achse einschließen. Entsprechend nimmt die Größe des Bildes auf der Netzhaut ab.

b) Um das Bild des Schriftzuges auf der Netzhaut zu vergrößern, wird eine Lupe eingesetzt. Dabei handelt es sich um eine Sammellinse, die vor das Auge gehalten wird. Nun bringt man den Gegenstand in den Brennpunkt der Lupe. Alle von einem Gegenstandspunkt ausgehenden Lichtbündel werden durch die Linse so gebrochen, dass sie nach der Lupe parallel zur optischen Achse verlaufen. Fallen diese parallelen Bündel auf die Augenlinse, kann diese im entspannten Zustand die Bündel auf der Netzhaut zusammenführen, so dass ein scharfer Bildpunkt entsteht. Das Bild ist kopfstehend und seitenvertauscht, es ist größer als das Bild, das ohne Lupe auf der Netzhaut entsteht. Der Sehwinkel, unter dem der Schriftzug erscheint, wird durch die Lupe vergrößert.

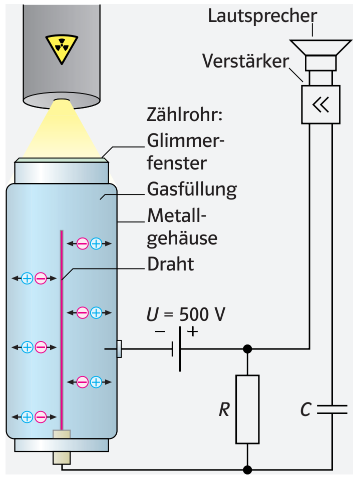


c) Die Lupe mit der kleineren Brennweite vergrößert stärker, man wird daher die Lupe mit der Brennweite $f_2 = 4\,\text{cm}$ vorziehen. Die Vergrößerung V_L einer Lupe mit der Brennweite f_L beträgt im Vergleich zur Betrachtung mit bloßem Auge aus der deutlichen Sehweite 25 cm:

$$V_L = \frac{25\,\text{cm}}{f_L}$$

Die Lupe mit der Brennweite 8 cm vergrößert daher etwa dreifach, die mit der Brennweite 4 cm etwa sechsfach.

A18 ◒ **a)** Die Strahlung ionisiert zunächst einige Atome des Edelgases. Die Elektronen werden zum Draht beschleunigt. Ihre Energie nimmt schnell zu. Sie können weitere Atome ionisieren. Die Anzahl der Ladungsträger wächst lawinenartig an. Die Folge ist ein Stromstoß und damit ein Spannungsimpuls am Widerstand. Da die Ionen wesentlich träger sind, entsteht um den Draht ein Bereich mit positiver Ladung. Das von außen angelegte elektrische Feld wird abgeschirmt. Für eine kurze Zeit (Totzeit) wird die lawinenartige Ladungserzeugung gestoppt.



b) In der Kammer befindet sich Luft, die bis zur Sättigung mit Wasser-Alkohol-Dampf gefüllt ist. Wird der Druck plötzlich (adiabatisch) verringert, kühlt sich die Luft ab. Die Ionen wirken als Kondensationskeime, um die sich Wassertröpfchen bilden.

- Dicke Spuren deuten auf α-Strahlung hin.
- Die Strahlung lässt sich durch Papier abschirmen.
- Die Strahlung hat eine kurze Reichweite.

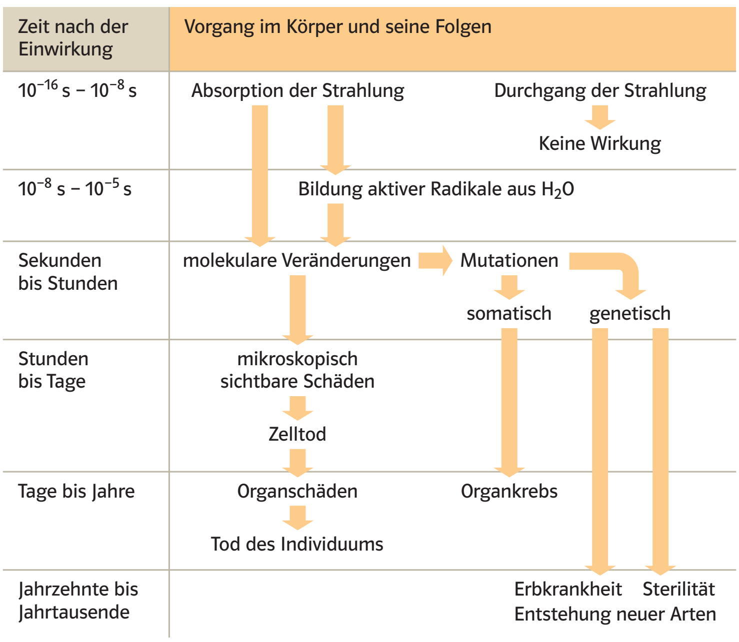
c) Weitere Nachweisgeräte: Ionisationskammer, Halbleiterdetektor, Szintillationszähler

A19 ○ **a)**

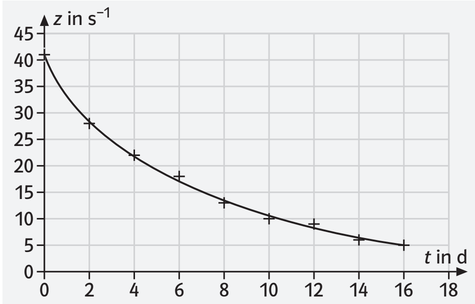
Strahlungsarten	α-Strahlung	β-Strahlung	γ-Strahlung
Strahlung besteht aus	positiv geladenen Heliumkernen	Elektronen (β^-) bzw. Positronen (β^+)	energiereichen Photonen
Energie	3 MeV bis 11 MeV	bis etwa 3 MeV	0,001 MeV bis 10 MeV
Reichweite in Luft	einige Zentimeter	einige Meter	sehr groß
Abschirmung	durch ein Blatt Papier	durch dünnes Aluminiumblech	Schwächung durch dicke Bleiplatten; vollständige Abschirmung nicht möglich

b) Ein Teil der Strahlung wird schwach abgelenkt. Die Ablenkungsrichtung zeigt, dass sie aus positiv geladenen Teilchen besteht. Es handelt sich um α-Strahlung. Ein anderer Teil wird stark abgelenkt. Die Richtung deutet auf negativ geladene Körper hin. Es ist die β-Strahlung. Ein dritter Teil durchdringt das Magnetfeld ohne Richtungsänderung. Es ist die γ-Strahlung.

c) Die Tabelle gibt einen Überblick:



A20 Das folgende Diagramm zeigt die Aktivität eines radioaktiven ${}^{210}_{83}$Bi-Präparates über die Zeit: Die Aktivität ist nach etwa fünf Tagen auf die Hälfte abgeklungen. Daher gilt für die Halbwertszeit:



$$T_{1/2} = 5\,\text{d}$$

b) Bei einer Halbwertszeit von 5 Tagen beträgt die Aktivität nach 15 Tagen nur noch $(1/2)^3 = 1/8$ des Ausgangswertes. Es sind also noch 12,5 % der Kerne unzerfallen.
30 Tage nach Beginn der Messung sind insgesamt sechs Halbwertszeiten verstrichen, die Aktivität ist somit auf $(1/2)^6 = 1/64$ gesunken, sie hat also bezogen auf den Ausgangswert um 63/64 abgenommen. Dies entspricht einer Abnahme um 98,4 %, d.h. also, dass 98,4 % aller Kerne zerfallen sind.
c) Reaktionsgleichung für den β-Zerfall des Präparates:

$${}^{210}_{83}\text{Bi} \longrightarrow {}^{0}_{-1}\text{e} + {}^{210}_{84}\text{Po}$$

d) Ausschnitt aus der Zerfallsreihe, die zu ${}^{210}_{83}$Bi führt: Aus ${}^{210}_{82}$Pb entsteht durch einen β-Zerfall das Bismut-Isotop ${}^{210}_{83}$Bi:

$${}^{210}_{82}\text{Pb} \longrightarrow {}^{0}_{-1}\text{e} + {}^{210}_{83}\text{Bi}$$

Das Bleiisotop ${}^{210}_{82}$Pb geht durch einen α-Zerfall aus ${}^{214}_{84}$Po hervor:

$${}^{214}_{84}\text{Po} \longrightarrow {}^{4}_{2}\text{He} + {}^{210}_{82}\text{Pb}$$

Das Poloniumisotop wiederum entsteht aus ${}^{214}_{83}$Bi durch einen β-Zerfall:

$${}^{214}_{83}\text{Bi} \longrightarrow {}^{0}_{-1}\text{e} + {}^{214}_{84}\text{Po}$$

A21 **a)** Ein idealer schwarzer Körper (schwarzer Strahler) absorbiert jede einfallende Strahlung vollständig und emittiert diese im Strahlungsgleichgewicht ohne Wellenlängenänderung. Sonne, Glühlampe, Bügeleisen, Erde … können in guter Näherung als schwarze Strahler betrachtet werden. Strahlungsquellen, die nur bestimmte Wellenlängen emittieren, wie z.B. Leuchtstoffröhren, sind keine schwarzen Strahler.
b) Die Temperatur der Sonne lässt sich mit dem Wien'schen Verschiebungsgesetz aus λ_{max} berechnen, es gilt:

$$\lambda_{max} = 2{,}9 \cdot 10^{-3}\,\frac{\text{m} \cdot \text{K}}{T} \quad \Rightarrow \quad T_{Sonne} = 2{,}9 \cdot 10^{-3}\,\frac{\text{m} \cdot \text{K}}{\lambda_{max}} = \frac{2{,}9 \cdot 10^{-3}\,\text{m} \cdot \text{K}}{500 \cdot 10^{-9}\,\text{m}} = 5\,800\,\text{K}$$

c) Im Strahlungsgleichgewicht sind die zugeführte Leistung P_{zu} und die abgestrahlte Leistung P_{ab} gleich. P_{zu} berechnet man mit Hilfe der Solarkonstanten:

$$P_{zu} = 0{,}7 \cdot 1340\,\frac{\text{W}}{\text{m}^2} \cdot A_{\text{Querschnittsfläche-Erde}} = 0{,}7 \cdot 1340\,\frac{\text{W}}{\text{m}^2} \cdot \pi \cdot r^2_{\text{Erde}}$$

Aus dem Stefan-Boltzmann-Gesetz folgt für die abgestrahlte Leistung:

$$P_{ab} = \sigma \cdot T^4 \cdot A_{\text{Oberfläche-Erde}} = 5{,}67 \cdot 10^{-8}\,\frac{\text{W}}{\text{m}^2} \cdot \text{K}^4 \cdot T^4 \cdot 4\pi \cdot r^2_{\text{Erde}}$$

Für das Strahlungsgleichgewicht gilt die Bedingung $P_{zu} = P_{ab,}$ daraus ergibt sich die Temperatur der Erde zu:

$$T = \sqrt[4]{\frac{0{,}7 \cdot 1340\,\frac{\text{W}}{\text{m}^2}}{4 \cdot 5{,}67 \cdot 10^{-8}\,\frac{\text{W}}{\text{m}^2 \cdot \text{K}^4}}} = 254\,\text{K} = -21\,°\text{C}$$

Bei der Berechnung wurde der Einfluss der Erdatmosphäre außer Acht gelassen. Sie wirkt wie die Glasscheibe eines Treibhauses und führt zu einer Temperaturerhöhung, so dass die mittlere Temperatur der Erde bei etwa 15 °C liegt.